

با سمه تعالی

سوالات امتحانی

درس: معادلات دیفرانسیل معمولی رشته تحصیلی: فنی

دانشکده: فنی دانشگاه گیلان نیمسال: اول ۸۶-۸۵

تاریخ برگزاری: ۸۵/۱۱/۴ مدت زمان: ۱۳۵ دقیقه

دانشجویان مجاز به استفاده از ماشین حساب قابل برنامه ریزی می باشند نمی باشند

دانشجویان مجاز به استفاده از جداول و فرمولها می باشند نمی باشند

دانشجویان مجاز به استفاده از کتاب یا جزوات می باشند نمی باشند

توجه: هنگام برگزاری امتحان به هیچ سؤالی پاسخ داده نشود، لطفاً سؤال نفرمایید.

IRmath

۱- جواب عمومی معادله $(1-x^2)y'' - xy' + 4y = 0$ را بصورت یک سری توانی حول نقطه $x = 0$ بدست آورید.

۲- معادله $2xy'' - (1+x^2)y' + xy = 0$ مفروض است، اولاً نشان دهید $x = 0$ نقطه غیر عادی منظم معادله است و معادله

مشخصه آنرا بنویسید ثانیاً به ازای ریشه بزرگتر معادله مشخصه یک جواب معادله را بصورت سری فریبیوس بدست آورید.

۳- تابع گاما را تعریف کنید و نشان دهید این تابع برای صفر و اعداد صحیح منفی تعریف نشده است، سپس حاصل انتگرال

$$\int_0^{\infty} x^3 \sqrt{2x} e^{-\frac{x^3}{8}} dx$$
 را بدست آورید.

۴- با استفاده از تغییر متغیرهای $z = 2x^3$ و $y = x^2u$ معادله دیفرانسیل زیر را به معادله بسل تبدیل کنید، سپس جوابهای آنرا بر

$$x^2y'' - 3xy' + (36x^6 - 5)y = 0$$
 حسب توابع بسل بنویسید.

۵- حاصل انتگرالهای زیر را به کمک تبدیل لاپلاس بدست آورید.

$$i) \int_0^{\infty} \frac{e^{2x} \sin^2 x}{x} dx, \quad ii) \int_0^{\infty} e^{2x} x \cos 2x dx$$

۶- اگر $L\{f(x)\} = F(s)$ اولاً ثابت کنید $L^{-1}\{F(as+b)\} = \frac{1}{a} e^{-\frac{b}{a}x} f\left(\frac{x}{a}\right)$ ثانیاً $L\left\{\frac{1}{x}(\cos x - \cos 2x)\right\}$ را بدست

$$\text{آورید و انتگرال } \int_0^{\infty} \frac{1}{x^2}(\cos x - \cos 2x) dx \text{ را حساب کنید.}$$

۷- معادله بسل از مرتبه صفر بصورت $\begin{cases} xy'' + y' + xy = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ دارای جواب $y = J_0(x)$ می باشد اولاً با استفاده از تبدیل لاپلاس

$$\text{معادله را حل کنید و سپس نتیجه بگیرید } \begin{cases} L\{J_0(x)\} = \frac{1}{\sqrt{s^2+1}} \\ \int_0^{\infty} J_0(x) dx = 1 \end{cases}$$
 ثانیاً معادله انتگرالی زیر را حل کنید

$$\int_0^x t y(t) dt = \int_0^x t J_1(t) J_0(x-t) dt.$$

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

موفق باشید

<http://IRmath.com>

@IRmath