

تاریخ: پنج شنبه ۸۸/۵/۱
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
ساعت: ۹ صبح
امتحان پایان ترم

به نام خدا
پایان ترم درس معادلات دیفرانسیل
دانشگاه امیر کبیر
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

IRmath

نام:
نام خانوادگی:
شماره دانشجویی:
استاد درس: گروه ریاضی

۱- سه جمله اول بسط تابع زیر را بر حسب تابع لژاندر بیان کنید (۱۰ نمره).

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -1 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

۲- نقاط تحلیلی (عادی) و منفرد منظم (غیرعادی منظم) معادله زیر را تعیین کنید. سپس به کمک سری توانی یک جواب آن معادله را به دست آورده و در آخر فقط فرم جواب دوم و عمومی آن را بنویسید (۳۰ نمره).

$$x^2 y'' + 3xy' + (1+x)y = 0$$

۳- الف: با استفاده از تغییر متغیر $y = x^{-1/2} z(x)$ نشان دهید که جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر به صورت $y = x^{-1/2}(c_1 \cos x + c_2 \sin x)$ است (۱۰ نمره).

$$4x^2 y'' + 4xy' + (4x^2 - 1)y = 0$$

ب: آیا جواب فوق به فرم دیگری می توان نوشت، در صورت مثبت بودن پاسخ، تساویهایی بنویسید (۵ نمره).

۴- به کمک تبدیل لاپلاس معادله زیر را حل کنید (۲۰ نمره).

$$y'' - y = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1 \\ t-1, & t \geq 1 \end{cases}; y(0) = 1, y'(0) = 0$$

۵- مطلوب است:

$$L \left\{ te^{4t} \int_0^t \frac{1 - \cos x}{x} dx \right\}$$

الف: (۱۰ نمره)

$$L^{-1} \left\{ \frac{s}{(s^2 + 1)^2} \ln \frac{s}{s-1} \right\}$$

ب: (۱۰ نمره)

۶- معادله دیفرانسیل-انتگرالی زیر را حل کنید (۱۵ نمره).

$$y' + \sin t = 1 - \int_0^t y(x) dx; y(0) = 0$$

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

@IRmath