

تاریخ: ۳ آبان ۱۳۹۶
مدت آزمون: ۱۰۵ دقیقه

آزمون میان‌ترم اول ریاضی عمومی ۱



دانلود سوالات بیشتر از سایت ریاضیات ایران

تذکر: در مدت برگزاری آزمون مراقب های محترم مجاز به پاسخ دادن به هیچ سوالی (اعم از درسی و غیردرسی) نیستند. لطفا شما نیز سوالی نپرسید.

۱. (۱۰ نمره) مکان هندسی اعداد مختلطی مانند z را بیابید که در رابطه زیر صدق می‌کند:

(الف)

$$z\bar{z} + \operatorname{Re}(z(1+i)) = 0$$

IRmath

(ب)

$$|z+3i| \geq |iz+2|$$

۲. (۷ نمره) فرض کنید z_1 و z_2 دو عدد مختلط باشند. ثابت کنید

$$|1 - \bar{z}_1 z_2|^2 - |z_1 - z_2|^2 = (1 - |z_1|^2)(1 - |z_2|^2)$$

۳. (۶ نمره) فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ تابعی پیوسته باشد و $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{R}$ داده شده اند. نشان دهید عددی مانند

$c \in \mathbb{R}$ وجود دارد که

$$\frac{1}{\Delta f(x_1)} + \frac{1}{\Delta f(x_2)} + \frac{1}{\Delta f(x_3)} + \frac{1}{\Delta f(x_4)} + \frac{1}{\Delta f(x_5)} = \frac{1}{f(c)}$$

۴. (۷ نمره) فرض کنید f تابعی پیوسته روی بازه $[a, b]$ باشد و $f(a) = f(b)$ و n عددی طبیعی باشد. نشان دهید عددی مانند

$$c \in [a, b - \frac{b-a}{n}] \text{ وجود دارد که } f(c) = f(c + \frac{b-a}{n})$$

۵. (۵ نمره) اگر معادله $z^{10} + (z-1)^{10} = 0$ دارای 10 ریشه مختلط $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7, z_8, z_9, z_{10}$ باشد حاصل زیر را

بیابید:

$$\sum_{i=1}^5 \frac{1}{z_i \bar{z}_i}$$

<http://irmath.com>

کانال تلگرام @irmath