

# آزمون میان ترم دوم ریاضی عمومی ۱

تاریخ: ۳ آذر ۱۳۹۵  
مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

## IRmath

۱. (۱۰ نمره) مشتق تابع  $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$  را در همه‌ی نقاط بیابید و سپس  $f''(0)$  را محاسبه کنید.

۲. (۱۰ نمره) فرض کنید  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  دو بار مشتق‌پذیر است و  $\forall x \in \mathbb{R}; f''(x) > 0$ . نشان دهید برای هر  $\lambda \in \mathbb{R}$  معادله‌ی  $f(x) = \lambda$  دارای حداکثر دو جواب است.

۳. حدود زیر را محاسبه کنید:

(آ) (۵ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sinh x)^{\sinh x}$$

(ب) (۵ نمره)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{\cosh(2+h)}{\cosh(2)} \right)^{\frac{1}{h}}$$

۴. فرض کنید  $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$  یک تابع پیوسته و بر  $(a, b)$  مشتق‌پذیر باشد.

(آ) (۵ نمره) ثابت کنید  $f$  دارای یک نقطه‌ی ثابت است یعنی  $c$  در  $[a, b]$  وجود دارد که  $f(c) = c$ .

(ب) (۵ نمره) اگر برای هر  $x \in (a, b)$  داشته باشیم  $|f'(x)| < \frac{2}{3}$ ، ثابت کنید که  $f$  دو نقطه ثابت ندارد.

۵. (۸ نمره) نامساوی زیر را اثبات کنید

$$\forall x \geq 2, \quad (x+1) \cos \frac{\pi}{x+1} - x \cos \frac{\pi}{x} > 1$$

۶. (۷ نمره)  $a_1, \dots, a_n$  را به طور دلخواه از بازه‌ی  $[0, 1]$  انتخاب می‌کنیم. نشان دهید عددی مانند  $c$  در بازه‌ی  $[0, 1]$  موجود است که

$$\frac{|c - a_1| + \dots + |c - a_n|}{n} = \frac{1}{2}$$

موفق باشید.

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

@IRmath