



نام و نام خانوادگی:

دانشگاه صنعتی امیرکبیر - نمونه سوالات تخصصی ریاضی در نهایت ریاضیات ایران

شماره: 93/03/10
مدت: 120 دقیقه

۱) $z = x + iy$

(الف) اگر $f(z)$ تابعی تحلیلی باشد، نشان دهید $\overline{f(z)}$ نیز تحلیلی است. (6 نمره)

(ب) تابع زیر در چه ناحیه‌ای از صفحه مختلط تحلیلی است؟ چرا؟ (6 نمره)

$$f(z) = \frac{|z-1|^2}{z-1} + |z| + iy$$

ج: سه جمله اول بسط لوران $f(z) = \frac{z}{\sin^2(z)}$ را حول $z=0$ بدست آورید. $z=0$ قطب مرتبه چندم f است؟ (6 نمره)

2- الف: انتگرال زیر را که در آن C بیضی $9x^2 + y^2 = 9$ است را محاسبه کنید. (6 نمره)

$$\oint_C \left(\frac{ze^{\pi z}}{z^4 - 16} + ze^{\frac{\pi}{z}} \right) dz$$

ب: مظلومیت محاسبه انتگرال زیر (6 نمره)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x+x^3} dx$$

3- الف: انتگرال زیر را محاسبه کنید. (6 نمره)

$$\oint_{|z|=1} \bar{z}^{10} \sin(z) dz$$

ب: مظلومیت محاسبه انتگرال حقیقی زیر (6 نمره)

$$\int_{-\pi}^{2\pi} [\cos(9t) \sin(\cos(t)) \cosh(\sin(t)) + \sin(9t) \cos(\cos(t)) \sinh(\sin(t))] dt$$

4- الف: نگاشتی دوخطی را بیابید که نقاط $z_1 = i$ و $z_2 = 0$ و $z_3 = 1$ را به ترتیب به $w_1 = \infty$ ، $w_2 = -1$ و $w_3 = i$ بنگارد. (6 نمره)

ب: تصویر دایره $|z-i|=1$ را تحت نگاشت قیمت الف بدست آورید. (6 نمره)