



۱. الف) با استفاده از تغییر متغیر مناسب معادله زیر را حل کنید. (۱۲ نمره)

$$(x^3 \tan^2 y - 1) \tan y \, dx - x \sec^2 y \, dy = 0$$

ب) حد جواب معادله دیفرانسیل فوق را وقتی $x \rightarrow 0$ بیابید. (۲ نمره)

۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بدست آورید. (۱۴ نمره)

$$x^2 y' = 3(x^2 + y^2) \tan^{-1} \frac{y}{x} + xy$$

۳. ابتدا جواب عمومی معادله همگن نظیر معادله دیفرانسیل زیر را بیابید و سپس فقط فرم جواب خصوصی آن را بنویسید. (۱۲ نمره)

$$D^2 (D^2 + 1)^3 (D^2 + D - 2)y = x + x^2 \sin x + x^2 e^{-2x} \cos x + x \cos x + x^3 e^{-2x} + 10$$

۴. جواب معادله دیفرانسیل زیر را بیابید. (۱۲ نمره)

$$y'' + 4y = \begin{cases} \sin x & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & x > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad y(0) = 1, \quad y'(\frac{\pi}{2}) = 2$$

۵. معادله دیفرانسیل زیر مفروض است:

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$$

الف) با استفاده از تغییر متغیر $Z = Z(x)$ نشان دهید که می توان معادله فوق را به معادله ای با ضرایب ثابت تبدیل کرد به

$$\frac{Q' + 2PQ}{Q^{3/2}} = \text{ثابت}$$

شرط این که داشته باشیم:

$$\text{و در این صورت داریم } Z = \int \sqrt{Q} \, dx \quad (۱۰ \text{ نمره})$$

ب) با استفاده از "الف" معادله دیفرانسیل زیر را به معادله ای با ضرایب ثابت تبدیل کنید و سپس معادله بدست آمده را حل نمایید.

$$xy'' - y' + 4x^3 y = 0$$

(۸ نمره)